Cálculo Numérico

Método das Secantes

Prof. Flávio Murilo de Carvalho Leal
Centro Universitário de Juazeiro do Norte
Uninassau

Por que "secantes"?

- O nome vem da ideia geométrica: ao invés de usar a reta tangente (como em Newton), usa-se a reta *secante* que corta o gráfico de f em dois pontos distintos.
- Considerando dois pontos $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$ e $(x_n, f(x_n))$, traça-se a reta que passa por esses pontos — essa é a **secante** — e usa-se a interseção dessa reta com o eixo x como próxima aproximação da raiz.
- Vantagem principal: NÃO é preciso a derivada $f'(x)$, apenas avaliações de f.

A reta secante que passa por $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$ e $(x_n, f(x_n))$ tem coeficiente angular

$$m = \frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}.$$

A equação da reta é

$$y - f(x_n) = m\big(x - x_n\big).$$

A interseção com o eixo x (onde $y = 0$) fornece

$$-f(x_n) = m\big(x_{n+1} - x_n\big)$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{m} = x_n - f(x_n) \cdot \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}.$$

Assim, o esquema iterativo fica

$$\boxed{x_{n+1} = x_n - f(x_n)\,\frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}}$$

Observação: requer $f(x_n) \neq f(x_{n-1})$ (para evitar divisão por zero).

Algoritmo (passo a passo)

1. Escolha dois palpites iniciais distintos x_0 e x_1 (próximos da raiz esperada).
2. Para $n = 1, 2, \ldots$ calcule

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n)\,\frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}.$$

3. Verifique critério de paragem: por exemplo

$$|x_{n+1} - x_n| < \text{tol} \quad \text{ou} \quad |f(x_{n+1})| < \text{tol},$$

   ou atingir número máximo de iterações.
4. Se convergiu, retenha x_{n+1} como aproximação da raiz; caso contrário, revise palpites iniciais.

- Requer menos informação que Newton (não precisa de f'), mas normalmente é mais rápido que métodos lineares (bissecção) em problemas suaves.
- Riscos:
  - Pode divergir ou oscilar se escolhas iniciais forem ruins.
  - Se $f(x_n) = f(x_{n-1})$ ocorre divisão por zero; contornar com perturbação pequena nos palpites.
  - Não mantém necessariamente um intervalo contendo a raiz (não é um método de "bracketing").

Exemplo: raiz de $f(x) = x^2 - 2$ (aproximação de $\sqrt{2}$)

- Função: $f(x) = x^2 - 2$ (raiz positiva $\sqrt{2} \approx 1.41421356237$).
- Palpites iniciais: $x_0 = 1.0$, $x_1 = 2.0$.

n	x_n	$f(x_n)$	Erro $\lvert x_n - \sqrt{2}\rvert$
0	1,000 000 000 000	−1,000 000 000 000	$4{,}142\,135\,623\,731 \times 10^{-1}$
1	2,000 000 000 000	2,000 000 000 000	$5{,}857\,864\,376\,269 \times 10^{-1}$
2	1,333 333 333 333	−0,222 222 222 222	$8{,}088\,022\,903\,976 \times 10^{-2}$
3	1,400 000 000 000	−0,040 000 000 000	$1{,}421\,356\,237\,310 \times 10^{-2}$
4	1,414 634 146 341	0,001 189 767 995	$4{,}205\,839\,683\,682 \times 10^{-4}$
5	1,414 211 438 475	−0,000 006 007 287	$2{,}123\,898\,225\,070 \times 10^{-6}$
6	1,414 213 562 057	−0,000 000 000 893	$3{,}157\,747\,396\,898 \times 10^{-10}$

Observação:

em poucas iterações obtivemos aproximação de alta precisão sem ... derivadas.

Observações finais

- O método das secantes é uma ótima escolha quando f' é difícil ou custosa de avaliar.
- Para robustez numérica, combine-o com um método de bracketing (ex.: iniciar com bissecção até garantir uma boa aproximação e depois aplicar secantes).
- Experimente diferentes palpites iniciais e critérios de paralisação em implementações reais.